



TITLE:

パレトの生産均衡論(下)

AUTHOR(S):

青山, 秀夫

CITATION:

青山, 秀夫. パレトの生産均衡論(下). 経済論叢 1936, 42(6): 1093-1106

ISSUE DATE:

1936-06-01

URL:

<https://doi.org/10.14989/130779>

RIGHT:

京都市大學經濟學會 經濟叢論

第 六 號 第 四 十 二 卷

昭和十一年六月一日發行

論 叢

資産者と課税……………

法學博士 神戸正雄

フィシヤア利子論の分析……………

文學博士 高田保馬

現代の「生の哲學」としての經濟哲學……………

經濟學博士 石川興二

時 論

大都市における商店街の構成……………

經濟學博士 谷口吉彦

研 究

私設工場委員會と企業……………

經濟學士 大塚一朗

節約投資の均衡と中立貨幣……………

經濟學士 中谷實

再保険料率に關する一研究……………

經濟學士 佐波宣平

バレットの生産均衡論……………

經濟學士 青山秀夫

說 苑

シュタインの政治經濟學批判について……………經濟學士 島 恭彦

附 錄

新着外國經濟雜誌主要論題

本誌第四十二卷總目錄

（禁 轉 載）

パレトの生産均衡論 (下)

青山 秀 夫

二

上記の如く、パレトの企業の均衡の分析は極めて不充分である。方程式(F)を用ひて生産均衡の描寫を試みても、内容的に無意味である。然し、これと殆んど無關係に試みられた Manuel 本文中の費用分析は興味深い。以下、私の試論的解釋を加へて、これを紹介しよう。

先づ「客觀的變形に於ける障礙の無差別線」(les lignes d'indifférences des obstacles dans les transformations objectives)「完全變形曲線」(la ligne des transformations complètes)「生産者の無差別線」(les lignes d'indifférence du producteur)「最大利潤曲線」(la ligne du plus grand profit)の用語についてこの意味と圖式表示とを敘べる事より始めよう。

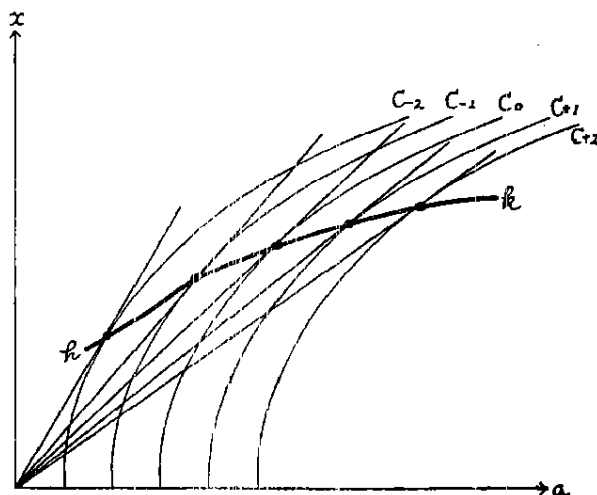
$$\text{今或る商品[A]の量 } a \text{ を以て商品[X]が } x \text{ だけ生産されたとする。此の關係を、}$$

$$(II, 1) \quad x = f(a) \quad \text{或は} \quad a = g(x)$$

で表はし、更にそのグラフを第一圖の曲線 C_0 とする。此の曲線 C_0 を完全變形曲線といふ。夫故に完全變形曲線とは、生産函數の圖式表示に他ならない。此の曲線 C_0 を横軸 oa (a を表はす)に平行に長さ1だけ右に移動して得た曲線を C_1 とする。即ち曲線 C_1 は方程式 $a = g(x) + 1$ の軌跡とする。同様に左方に長さ1だけ平行移動せるものを C_2 等々とすれば、一般に曲線 C_n は方程式

$$(II, 2) \quad C_1: \quad a = g(x) + 1$$

1) Chap. III, § 75-76, § 84-88, § 100-105, § 106, § 135-150. 此等の Manuel 本文に於ける表現は全然解析的表示を有しない。



第一圖

の軌跡である。パレトは、かくの如くにして作られた曲線 C_i を指数 i を有する障害の無差別線といふ。此の指数が残余 (residu) を意味する事は後に知られる。(第三圖参照)。

パレトは此の無差別線を次の二つの型に分つ。今變形される財 A の數量を一單位だけ増加したとする。然る時、

(α) 生産物 $[X]$ の増分が遞増的である場合。此の場合限界費用 π_x は生産高の増加と共に遞減する。

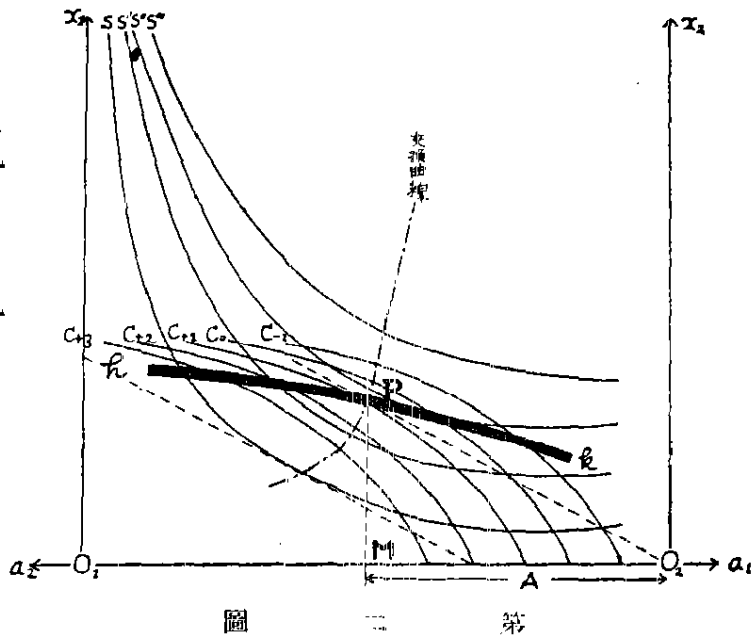
(β) 生産物 $[X]$ の増分が遞減的である場合。此の場合、限界費用 π_x は生産物増加と共に遞増する。

吾々は本稿に於ては第一の (α) 型に關するパレトの敘述を全部的に無視する。何者、此の如く費用遞減的な場合に於て、完全なる自由競争の下に均衡が成立するとは考へ得ないからである。依つて考察を第二の (β) 型に限る。 (β) 型の特色は或る範圍の C_i に對して原點を通る如き切線が存在する事である。 C_i に對して切線が存在し得る爲めには、 C_i が原點の右方に於て a 軸と交はる事が必要である (これは一般費用 π_{ox} の存在に同じい)。今これらの原點を通る切線が C_i と切る切點を結び、その軌跡を「最大利潤曲線」と呼ぶ。何者、後に詳述するであらう如く、此の曲線上に於て謂はば x 財一單位當りの平均費用 $[\pi_0(x) + \frac{1}{x}]$ 極小となるからである。以下最大利潤曲線を表はすに hk を以てする。(以上については第一圖参照) 然る時曲線 hk は聯立方程式

$$(II\ 3) \quad \begin{cases} i = g(x) + i \\ \frac{da}{dx} = -\frac{a}{x} \end{cases}$$

より i を消去して得られる方程式の軌跡である。

周知の如く、パレトは欲望の無差別線 *sentiers*, 交換曲線 (*la ligne des échanges*) の圖式表示を用ひて二個人間の二商品の交



第二圖

を満足するものでなければならぬ。然らずんば、點Pは均衡の條件(II, 4)を満足し得ぬであらう。(換言すれば、かゝる交點Pを生ずる如き價格、或ひはそれに應ずる交換曲線が存在せねばならぬ。)

PよりO1に垂線を下し、その足をMとする。然る時、PMは1のPX財需要量、2の生産高を示す。O1Mは1のA財供給量、2の買入量を示す。

第二圖に於ては、變形は完全變形曲線上に於てなされずして、指數1を有する無差別線上に於てなされ、従つて1の indifference を生産者に與へる。指數が生産者の利益を意味する事は第三圖によりて明かである。

さて、紋上の如くにして定められた第二圖の點Pは均衡點である。點Pは價格 $P_x: P_a$ に應ずる交換曲線上の點であるから、此の點に於て消費者の均衡が成立し、

$$(II, 7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{P_x} \varphi_{1x} = \frac{1}{P_a} \varphi_{1a} \\ P_a A = P_x x_1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} [(A) \text{に相當}] \\ [(B) \text{に相當}] \end{array}$$

なる關係式が満足されてゐる。生産者に對しては此の點Pが與へる生産高はC1上に於てX財一單位當りの平均費用を極小ならしめる。現代的に云へば、x1なる生産高に於て、限界生産費と生産物價格等しく、従つて此の生産高は生産者にとつて極大なる利潤を與へる。此の事を説明しよう。

既述の如く、(尙第三圖参照)實際生産者はC1に沿つて生産を行ふ。今Pを通りO1O2に平行なる直線がC1と交はる點をPと

3) 夫故に、障害の無差別線は亦生産者の無差別線である。但し、此の場合生産者が一人に限られる事が前提されてゐる。

第二、生産に於ける競争の本質的特徴は生産者数の變動といふ點に存する。即ち生産に於て損害を蒙るものは競争より退き有利な所には新しい競争者が現はれる事である。斯くの如くにして、競争は生産者をして指數正なる領域より完全變形曲線上に追ひやらんとする傾向を有する。

然らば、此の競争の結果如何なる點で均衡は成立するか。パレトは曰ふ。――

極大利潤曲線及び完全變形曲線が恰度交換曲線上で交はる事はあり得ない。交換曲線が最大利潤曲線と交はる點と、完全變形曲線と交はる點とが互に相異なる限りに於ては、均衡は交換曲線と最大利潤曲線との交點に於て生ずる。然るに、生産者は此の點に於ては利益を有するから、他に競争者が現はれる。即ち、最大利潤曲線が交換曲線と交はらぬまで、他に生産者が出現する。かくて均衡は交換曲線と完全變形曲線との交點で成立する。此の場合、競争は完全である。

此のパレトの主張が何を意味するかは既に明かである。一般均衡の方程式(E)（生産均衡成立條件としての費用法則）の存在理由が茲に明かにせられる。即ち生産物價格が平均費用に等しい事、これが、生産物及び生産財の價格が與へられた場合、企業に於ける生産高を決定する事情である。此の場合、利潤が極大なる爲めには、生産物價格に限界生産費が一致するまで、生産物數量が増加されねばならぬ、といふ事情は充分に顧慮されてゐない。

パレトは此のグラフィカルな分析と平行に、此の問題を亦解析的に論じてゐる。此の研究を論ずるに當り、先づパレトの「福利性の極大」(Maximum d'ophélimité)の定義を説明し、進んでそれと均衡概念とが今の場合本質的相違を有しないことを敍すべきであるが、茲にはその煩を避ける。即ち、福利性極大條件と均衡成立條件とが全く異らぬものとして議論を進める。

均衡が成立する爲めには、各企業に於て、無利潤なる事が必要である。此の條件は、企業の賣上高と總生産費との均等である。今便宜上[X]財を生産する企業をとつて、この事を數式的に表現すれば

6) Manuel, p. 354.

7) Pareto, Manuel, p. 168 et suiv. Zawadzki, Les mathématiques appliquées, p. 212.

$$(II, 9) \quad \int_0^X p_x dX - H_x = 0$$

である。然るに、假に此の條件が満足されたにしても、更に若し生産高を増加することに依つて企業が利潤を獲得し得るならば、即ち、

$$\frac{d}{dX} \left[\int_0^X p_x dX - \pi_{ox} - \int_0^X \pi_x dX \right] > 0$$

ならば、企業は生産高を増加する結果均衡は成立しない。夫故に均衡に於ては、

$$\frac{d}{dX} \left[\int_0^X p_x dX - \pi_{ox} - \int_0^X \pi_x dX \right] = 0$$

$$\text{即ち、} \quad (II, 10) \quad p_x = \pi_x$$

なる關係が満足されねばならぬ。即ち、均衡狀態に於ては、(一) 生産物價格は平均生産費に等し、といふ條件の他に、(二) 生産物價格は限界生産費に等し、といふ條件が満足されてゐることが必要である。此の主張は自明に近い。

所でバレットは此の條件に關して次の態度を以てこれに臨む。曰く、此の二條件は兩立し難い、と。その理由とする所は次の如くである。——(II, 9)の左邊は

$$p_x X - \pi_{ox} - \int_0^X \pi_x dX$$

となるが、若し一般費用なく $\pi_{ox} = 0$ ならば、これより、 $\pi_x = 0$ が得られるけれども、若し一般費用が存在すれば、

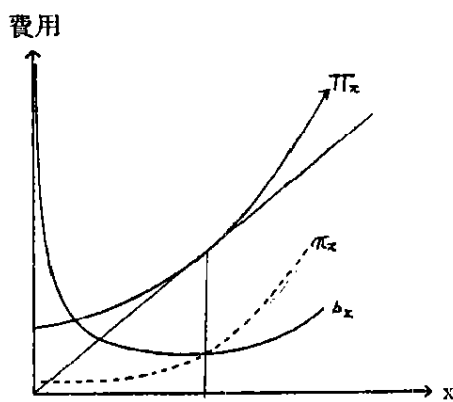
$$(II, 11) \quad p_x X = \pi_{ox} + \pi_x X$$

となる(とパレトは曰ふ!!)。故にこれは最早(II, 10)とは同時的には成立しない。換言すれば、価格が平均費用に等しければ、限界費用に等しくない。

此の主張は如何に見らるべきであるか。現代費用論の教ふる所に依れば、――

一、平均費用が遞降的な範圍に於ては限界費用は平均費用よりも小であり、平均費用が遞昇的な範圍に於ては限界費用は平均費用よりも大である。

二、平均費用曲線(生産高の函數としての平均費用のグラフ)が若しJ字型ならば、以上の法則の結果、平均費用極小な點に於て、平均費用曲線と限界費用曲線と相交はる。(第四圖参照)



第四圖

かくの如く、平均費用と、限界費用とは一致し得る。若し此の平均費用に等しき限界費用と価格が一致するならば、上記の均衡成立の二條件は兩立し得る筈である。此の場合一般費用が支拂はれ得ることは明かである。⁸⁾

然らば、パレトの誤謬は何處に由來するか。限界費用は一般に生産高に従つて動く。限界費用が常數でない以上、

8) 此の點高田先生の教示に負ふ。

$$\int_0^X \pi_x dX \neq \pi_x \int_0^X dX (= \pi_x X)$$

である。即ち、一般には、(II, II) は謬りである。依つて、上記の二條件は、パレトの云ふ如く incompatible であるとは見難い。

以上に於て吾々はパレトの費用分析の概要を紹介した。最初、企業の均衡に關して極はめて不十分な分析しか示さぬ如くに見えたパレトも、今やその費用分析に關しては可成りに豊富な内容を展開する。特に、均衡點を最大利潤曲線と交換曲線との交點として把握したことは意味深い。現代の費用論は單に企業内部の分析よりあまり多くを出でざる状態にあるが、進んで均衡點の決定を消費財需要の構造、生産財需給の構造と關聯せしめようとする限り、此のパレトの分析方法が顧みられて然るべきである。

三

企業の均衡は、與へられたる條件の下に於て、利潤の極大なる所、即ち限界費用が生産物價格に等しい所に成立する。従つて、生産の一般均衡は

生産物價格イコール平均費用イコール限界費用

なる點に於て、記號的には、

$$(III, I) \quad p_x = \pi_x = s_x, \quad p_y = \pi_y = s_y, \quad \dots\dots\dots$$

なる點に於てのみ成立する。

此の命題は以上の展開により既に明かであるのみでなく、現在では極めて多くの學者によりて支持されてゐる¹⁾。私は此の命題を手懸りとしてパレトの生産均衡論を次の如く批判する。

『今生産均衡の成立の必要條件として (III, 1) をとり入れるときは、生産財價格 p_b, p_c, \dots さへ與へられるならば、生産物價格 p_x, p_y, p_z, \dots 生産高 X, Y, Z, \dots は此の條件により生産側の事情だけから決定されてしまふ。需要側の影響はたかだか生産財價格を通してしか現はれぬことになる。換言すれば、方程式の數は、未知數の數よりも恰度生産物の種類の數 m だけ多い結果となる。即ち overdeterminateness を生ずる。』

此の後の命題を説明しよう。簡單の爲一つの産業に一つの企業しかないと假定して、且つ生産函數が普通の形で與へられたとする。便宜上 $[X]$ 財生産部門をとつて論ずる。然る時、先づ

$$(III, 2) \quad X = F(a, b, c, \dots)$$

である。これに於て、 a, b, c, \dots は財 $[X]$ を X だけ生産するに要する財 $[A], [B], [C], \dots$ の量である。與へられたる生産財價格 p_b, p_c, \dots の下に於て、總生産費極小の爲の條件は

$$(III, 3) \quad \frac{\partial F}{\partial a} : \frac{\partial F}{\partial b} : \frac{\partial F}{\partial c} : \dots = 1 : p_b : p_c : \dots$$

である。²⁾ (III, 2) (III, 3) より

- 1) 例へば、Barone, Grundzüge der theoretischen Nationalökonomie, p. 28. Pigou, An Analysis of Supply, Economic Journal, 1928, p. 243. を見よ。
- 2) 此の證明に關しては例へばシュナイダアの敘述を見られ度い。(Schneider, a. a. O. S. 26.)殆んど誰も注意してゐない事ではあるが、(III, 3) は費用極小の爲の必要條件でしかない。此の條件が充分である爲には、即ち費用極小曲線が存在し得る爲には、(從つて亦敘上の意味に於て費用を生産高のみの函數

$$(III, 4) \quad a=a(X); b=b(X); c=c(X); \dots$$

を得る。これは所謂「費用極小曲線」(Minimalkostenlinie)の解析的表示(生産高をパラメーターとするそれ)である。然るに總生産費は、

$$(III, 5) \quad II_x = a + p_b b + p_c c + \dots$$

であるから、此の「費用極小曲線」上では總生産費はただ生産高のみの函数となる。これを、

$$(III, 6) \quad II_x = II_x(X)$$

で表はす。定義により $II_x = \frac{II_x(X)}{X}; \pi_x = \frac{dII_x(X)}{dX}$ である。然るに、最初の命題によ

り、生産均衡成立の必要条件の一つとして此の企業に關して、

$$(U_x) \quad \begin{cases} p_x = \frac{II_x(X)}{X} \\ p_x = \frac{dII_x(X)}{dX} \end{cases}$$

なる關係式を得る。生産物Xの單位價格並び生産高の均衡狀態に於ける値は此の二つの方程式を満足するものでなければならぬ。換言すれば、 (U_x) の二方程式に依り p_x 及びXの均衡値が確定する。此の場合、勿論生産財價格は所與として前提されてゐる。夫故に生産財價格さへ與へられれば、生産側の事情のみよりして、生産物價格及び生産高が定まる、と云ふことが出来る。此のことは或ひは、

と看做し得る爲には)、所謂生産函数(II, 2)が一定の條件を満足せねばならぬ。此の點より限界生産力説の前提を檢討することは興味あることであらう。

$$X = X(p_b, p_c, \dots) ; p_x = p_x(p_b, p_c, \dots)$$

なる方程式で表現しても差支へない。以上は[X財の生産についてのみ論じたのであるが、全く同様のことが、それ以外の財[Y][Z]……を生産する企業に關しても云ひ得る筈である。

次に方程式の數と未知數の數とを比較しよう。以上の説明に於て吾々は一般均衡の方程式(A)(B)(M)(D)(E)の中、(D)を使用したのみである。然るに、他方に於て未知數

$$p_x, p_x, \dots ; X, Y, \dots$$

は決定された。故に方程式の數が未知數の數よりもm個だけ多いこと、次表が示す如くである。

方 程 式	未 知 數
-------	-------

(A)	$(m+n-1) \theta$	$x_1, y_1, \dots, a_1, b_1, \dots, x_n, y_n, \dots, (m+n) \theta$
-----	------------------	---

(B)	θ	A, B, \dots
		n

(M)	$m+n$	p_b, p_c, \dots
		$n-1$

(E)	$n-1$
-----	-------

總數	$(m+n)\theta + m + 2n - 1$	$(m+n)\theta + 2n - 1$
----	----------------------------	------------------------

茲で吾々はレオン・ワルラスの限界生産力説に觸れて置かう。それは周知の如く生産係數の決定の理論として生産均衡論を補充する者であるが、以上の敘述とは多少異なる方法で展開され、然も限界費用との關係がただ暗黙のうちに觸れられてゐるに過ぎぬ點に於て吾々の考察を要求してゐる。

ワルラスは總生産費ではなく、平均費用

3) Léon Walras, Elements, p. 373-376. p. 56 p. 193 安井琢磨、「純粹經濟學と價格の理論」經濟學論集、第三卷、第九號、及び前掲論文(特に、p. 56以下) 栗村雄吉、前掲論文、p. 193 以下

$$(III, 7) \quad s_x = \frac{1}{X} (a + p_b b + p_c c + \dots \dots \dots)$$

極小の條件を求める。(III, 2)を参照すれば、此の結果は、

$$(III, 8) \quad \frac{\partial F}{\partial a} = \frac{1}{s_x}; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = \frac{p_b}{s_x}; \quad \frac{\partial F}{\partial c} = \frac{p_c}{s_x}; \quad \dots \dots \dots$$

となる。若し價格が平均費用に等しいならば、此の關係式は書改められて

$$(III, 9) \quad \frac{\partial F}{\partial a} = \frac{1}{p_x}; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = \frac{p_b}{p_x}; \quad \frac{\partial F}{\partial c} = \frac{p_c}{p_x}; \quad \dots \dots \dots$$

となる。(III, 8) (又は(III, 9)より s_x (又は p_x)を消去すれば(III, 8)と同一の方程式を得る。ワルラスに依れば、(III, 2) (III, 3)により未知數たる生産係數が決定される。所で此の(III, 9)は價格が平均費用に等しいのみならず、又限界費用にも等しい事の數學的表現であると見得る。何者、(III, 3)に於て、

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \lambda; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = p_b \lambda; \quad \frac{\partial F}{\partial c} = p_c \lambda; \quad \dots \dots \dots$$

と置けば、(III, 5)を用ひて $\lambda = 1 : s_x$ なる結果が得られ、從つて(III, 9)は $p_x = s_x$ なる關係を暗黙の中に含むと考へ得るからである。此の意味に於て、(III, 2) (III, 9)を以て企業の均衡の成立條件と見得る。然る時は、一見吾々の主張する如き overdeterminateness は生じ得ないかに見えよう。蓋し此の場合は(III, 2) (III, 9)より $a, b, c, \dots \dots \dots$ を消去して、

$$\Phi(X, p_x, p_b, p_c, \dots \dots \dots) = 0$$

なる形の方程式しか得られぬからである。

然し乍ら、此の見解は謬つてゐる。(III, 9)は價格が限界費用に等しくさへあれば、價格が平均費用に等しいと否とに拘はりなく成立し得る。(III, 9)は價格が限界費用に等しい事を意味するに過ぎない。それは價格が平均費用に等しい事より導かれはしたが、逆にそれより價格が平均費用と一致する事は導かれない。(III, 9)を満足する價格が平均費用に等しくなるのは、平均費用が限界費用と一致する場合を指しては無い。

$$\begin{aligned} 4) \quad \frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{\frac{\partial F}{\partial a}} = \frac{p_b}{\frac{\partial F}{\partial b}} = \frac{p_c}{\frac{\partial F}{\partial c}} = \dots \dots \dots \\ &= \frac{da}{\frac{\partial F}{\partial a} da} = \frac{p_b db}{\frac{\partial F}{\partial b} db} = \frac{p_c dc}{\frac{\partial F}{\partial c} dc} = \dots \dots \dots \\ &= \frac{da + p_b db + p_c dc + \dots \dots \dots}{\frac{\partial F}{\partial a} da + \frac{\partial F}{\partial b} db + \frac{\partial F}{\partial c} dc + \dots \dots \dots} = \frac{d\Pi_x}{dx} = \pi_x \end{aligned}$$

夫故に (III, 2) (III, 3) のみを以て企業の均衡の成立条件としてはならぬ。價格が平均費用に等しいといふ条件をつけ加へるか、或ひは (III, 9) をして此の条件を意味せしめる爲に、平均費用と限界費用とが一致するといふ条件を附加へねばならぬ。此の条件を附加へるとすれば、本文で批判したと同じ結果となる。

此の事は此の論證の方法を反省する事に依つても理解される。(III, 8) (III, 9) の比較は、(III, 9) が價格イコール平均費用なる關係を含蓄する如く考へさせる。然しそれは (III, 8) が平均費用極小點(平均費用と限界費用との一致點)の満足すべき条件式であるからに他ならぬ。即ち、平均費用イコール限界費用なる關係が満足されてあれば、(III, 9) が上述の關係を含蓄し得るのである。事實、(III, 2) (III, 7) (III, 8) の關係により、平均費用は、與へられたる生産財價格に應じて、或る確定した値を取る。而してそれが決定する生産財の組合に於て平均費用は限界費用と一致する。夫故に、此の場合も本文に於て述べたと同様に、費用法則は價格が既に確定してゐる平均費用と一致する、といふ意味しか有せず、生産財價格さへ與へられれば、生産高、生産物の均衡價格が(唯生産側の事情のみから)一定することになる。

此のことを生産均衡の縮圖たる第二圖について述べる。第二圖では均衡點が C_1 上に來るが、敍上の如く、今は此の C_1 を完全變形曲線と考へることが望ましい。パレトが擧げた均衡成立条件は

$$\frac{1}{p_x} \phi_x = \frac{1}{p_x} \phi_a \quad [(A)] ; \quad p_x A = p_x x_1 \quad [(B),(D)] ; \quad A = f(x_1) \quad [(E)]$$

に過ぎぬ。(M)は作圖により當然成立する事に成つてゐる。此の條件の下では $p_x : p_a ; x_1 ; A$

の三個の未知數のとり値が確定する。然し、第二圖は此の他に尙、價格は限界生産費に等しいといふ關係を含む。而して又此の關係成立せずしては、企業の均衡は考へ得ない。第二圖に示された此條件は生産均衡の方程式組織では見失はれてゐる。私見は恰も此の點を問題としたのである。⁵⁾

5) 安井學士(「歸屬理論と限界生産力説」p. 70 以下)に於ては、各産業の企業數を未知數とすることにより、此の問題が謂はば natural に解かれてゐる。私の此の Pareto 批評は、何故にかゝる一般均衡方程式組織が可能なるかを考へることより得られたものである。記して、安井學士に負ふところを明かに置く。